

# $\sigma^2$ SIGMA KWADRAT

CZWARTY LUBELSKI KONKURS STATYSTYCZNO-DEMOGRAFICZNY

## Weryfikacja hipotez statystycznych

### Statystyka i demografia

**NBP**

Narodowy Bank Polski

PROJEKT DOFINANSOWANY ZE ŚRODKÓW  
NARODOWEGO BANKU POLSKIEGO



URZĄD STATYSTYCZNY  
W LUBLINIE



WYŻSZA SZKOŁA ZARZĄDZANIA  
I ADMINISTRACJI W ZAMOŚCIU



POLSKIE TOWARZYSTWO  
STATYSTYCZNE

# Istota hipotezy statystycznej

Każde badanie naukowe rozpoczyna się od sformułowania problemu badawczego oraz najbardziej prawdopodobnego (na gruncie wiedzy badającego) ogólnego rozwiązania, czyli hipotezy badawczej.

**Hipotezą statystyczną** nazywamy każdy sąd (przypuszczenie) dotyczące rozkładu cechy w populacji generalnej (**hipotezy nieparametryczne**) lub wartości jego parametrów (**hipotezy parametryczne**).

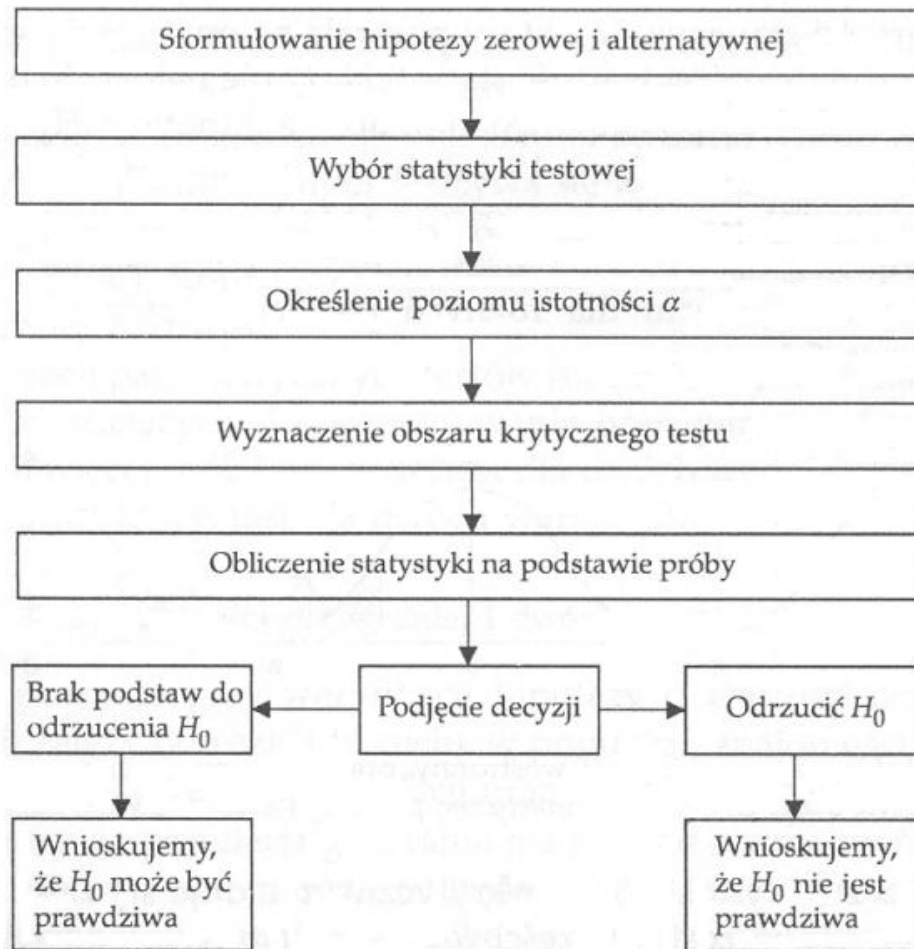
O prawdziwości lub fałszywości tego sądu wnioskujemy na podstawie próby losowej pobranej z populacji generalnej.

# Test statystyczny

Proces weryfikacji hipotezy przebiega według pewnego schematu postępowania nazywanego **testem statystycznym**.

Testy na podstawie wyników z próby losowej pozwalają podjąć decyzję o odrzuceniu lub nie postawionej hipotezy.

# Przebieg weryfikacji hipotez testami istotności



Źródło: M. Sobczyk, Statystyka – aspekty praktyczne i teoretyczne, Wydawnictwo UMCS, Lublin 2006

# Hipoteza zerowa i hipoteza alternatywna

Weryfikacja hipotez rozpoczyna się zwykle od postawienia tej hipotezy, która będzie podlegała sprawdzeniu. Taką hipotezę nazywamy zerową i oznaczamy  $H_0$ . Następnie formułujemy (konkurencyjną) hipotezę, którą jesteśmy skłonni przyjąć gdy odrzucamy hipotezę zerową. Taką hipotezę nazywamy hipotezą alternatywną i oznaczamy  $H_1$ .

Weryfikacja powinna przebiegać tak, aby zapewnić jak najmniejsze prawdopodobieństwo pomyłki.

# Błędy w testach statystycznych

**Błąd pierwszego rodzaju**, polegający na odrzuceniu hipotezy zerowej, mimo że jest ona prawdziwa. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu pierwszego rodzaju nazywamy poziomem istotności i najczęściej oznacza się  $\alpha$  (w wielu programach komputerowych oznacza się literą p). Najczęściej przyjmowane są wartości 0,05 oraz 0,01 i 0,001.

**Błąd drugiego rodzaju**, polegający na przyjęciu hipotezy zerowej, gdy ona w rzeczywistości jest fałszywa. Prawdopodobieństwo popełnienia błędu drugiego rodzaju oznacza się najczęściej literą  $\beta$

# Weryfikacja hipotez

| Hipoteza zerowa           | Decyzja            |                    |
|---------------------------|--------------------|--------------------|
|                           | przyjąć $H_0$      | odrzuć $H_0$       |
| Hipoteza zerowa prawdziwa | decyzja prawidłowa | błąd I rodzaju     |
| Hipoteza zerowa fałszywa  | błąd II rodzaju    | decyzja prawidłowa |

# Ustalanie właściwego poziomu istotności

W naukach biologicznych jest to wartość  $\alpha = 0,05$  lub mniejsza.

Poziom istotności wskazuje na jaki mały błąd wyrażamy zgodę,

np. poziom 0,01 świadczy, że jesteśmy skłonni popełnić jeden błąd na 100 badań.



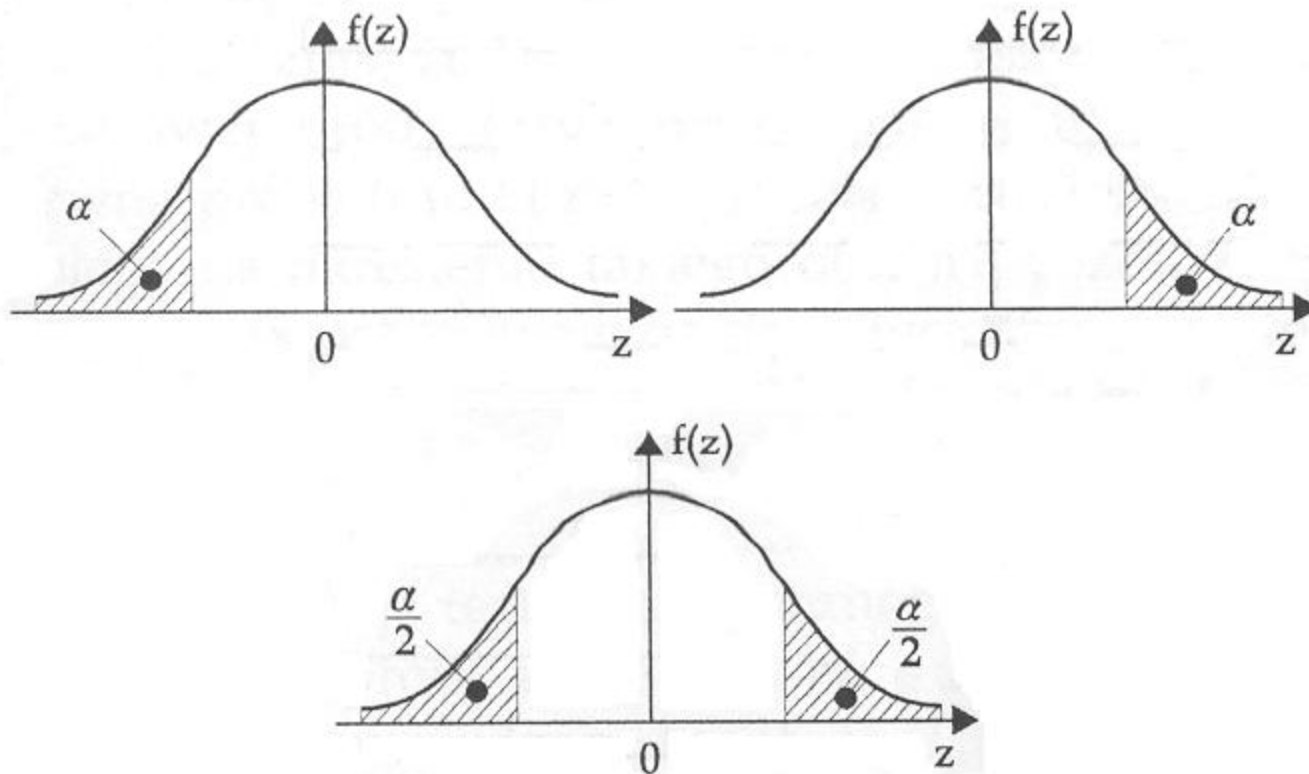
# Dobieranie – odpowiednio do postawionej hipotezy zerowej – testu i obliczanie jego wartości w oparciu o dane pochodzące z próby

Jest to najważniejsza decyzja podejmowana w trakcie weryfikacji hipotez. Musimy wiedzieć jakie jest najlepsze „narzędzie” (statystykę testową) dla rozwiązania sformułowanego problemu i do prowadzenia badań.

# Wartość krytyczna

W procesie testowania oblicza się zawsze pewną liczbę (statystykę) i określa się takie jej wartości, których przyjęcie jest „mało prawdopodobne”, to znaczy prawdopodobieństwo zaistnienia tych wartości byłoby równe poziomowi istotności. Te „mało prawdopodobne” wartości tworzą obszar krytyczny. Jeśli wartość testu obliczona dla badanej populacji znalazła się w obszarze krytycznym, to wystąpiło zdarzenia mało prawdopodobne. Zdarzenie takie praktycznie nie powinno zaistnieć. Skoro jednak zaszło (a mamy zaufanie do obliczeń w grupie próbnej), coś jest nie tak z prawdziwością hipotezy zerowej. Nie jest więc spełnione założenie o prawdziwości hipotezy zerowej. Ostatecznie odrzucamy hipotezę zerową i przyjmujemy hipotezę alternatywną.

# Obszary krytyczne (lewostronny, prawostronny, dwustronny)



Źródło: M. Sobczyk, Statystyka – aspekty praktyczne i teoretyczne, Wydawnictwo UMCS, Lublin 2006

# Testy t – Studenta

Twórcą testów t był **William Gosset** (1876 – 1937) brytyjski statystyk i chemik.

# Test równości dwóch średnich

Jeżeli  $m_1$  to średnia w jednej populacji a  $m_2$  to średnia w drugiej populacji to hipoteza zerowa ma postać:

$$H_0 : m_1 = m_2$$

Test równości dwóch średnich przy założeniu, że obie populacje mają rozkłady normalne, odchylenia standardowe są nieznane i różne a próby są małe:  $n_1 < 30$  lub  $n_2 < 30$

Statystyka testowa ma postać:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1 - 1} + \frac{S_2^2}{n_2 - 1}}}$$

# Wnioskowanie na podstawie testu t – Studenta

Przy założeniu prawdziwości hipotezy  $H_0$  statystyka ta ma rozkład t – Studenta o  $n_1+n_2 - 2$  stopniach swobody.

Wartość krytyczną  $t^*$  odczytujemy z tablic rozkładu testu t – Studenta przy założonym poziomie istotności 0,05 oraz  $n_1+n_2 - 2$  stopniach swobody. Tablice te są zazwyczaj zbudowane z dwustronnego obszaru krytycznego.